

Алгебра

Функция

II-25 Аргумент и функция. Рассмотрим пример: формула пути равномерного движения выражается пропорциональной зависимостью: $y = v \cdot x$, где v (скорость) — постоянная величина; x (время) и y (пройденный путь) — переменные величины.

Рассматривая переменные величины в приведённом примере, мы замечаем, что в то время как одну из них (время) мы изменяли произвольно, давая ей произвольные числовые значения, другая (путь) принимала те или иные числовые значения уже в зависимости от того, какое значение мы давали времени.

Та из двух связанных между собой переменных величин, которой можно придавать произвольные числовые значения, называется **независимой переменной**, или **аргументом**.

Та переменная величина, числовые значения которой изменяются в зависимости от числовых значений другой, называется зависимой переменной, или **функцией** этой другой переменной величины.

Так, в приведённом примере пройденный путь есть функция времени. Иными словами, x (время) — это независимая переменная (аргумент); y (пройденный путь) — функция этого аргумента.

Две величины называются **пропорциональными**, если зависимость между ними может быть выражена формулой: $y = v \cdot x$, в которой x и y — числа, выражающие соответствующие друг другу значения взятых величин, а k — постоянное число (равное тому частному значению y , которое соответствует значению $x=1$). Это постоянное число называется **коэффициентом пропорциональности** данных величин.

Иногда переменная величина зависит не от одной, а от двух, трёх и т.д. других переменных величин. Тогда она называется **функцией двух, трёх и т. д. переменных**.

Вообще говоря, величина y называется **функцией** переменной величины x , если каждому из тех значений, которые может принимать x (по-другому, **области определения** x) соответствует одно значение y , что принято обозначать $y(x)$.

II-36 Линейная функция (двучлен первой степени). Рассмотрим задачу: длина железного стержня при температуре 0°C составляет 1 м ; определить, какая длина L окажется у этого стержня, когда он будет нагрет до $t^\circ\text{C}$, если известно, что с каждым градусом нагревания длина стержня увеличивается на $0,000012$ той длины, которую стержень имеет при 0°C .

Решение. При нагревании на 1°C длина стержня, равная при 0°C одному метру (100 см), должна увеличиваться на $100 \times 0,000012\text{ см}$, т.е. на $0,0012\text{ см}$. Удлинение при нагревании на $t^\circ\text{C}$ должно быть в t раз больше, чем при нагревании на 1°C , поэтому всё удлинение будет $0,0012\text{ см}$. Прибавив к этому удлинению начальную длину стержня (при 0°C), т.е. 100 см , получим:

$$L = 0,0012 \cdot t + 100.$$

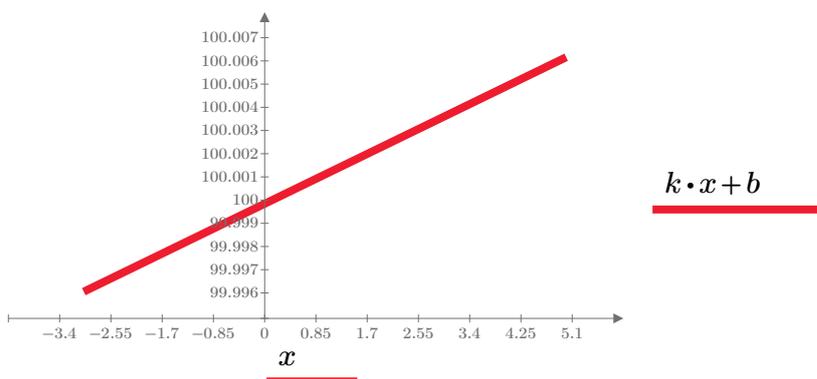
если температуру t , до которой нагрет стержень, будем рассматривать как независимую переменную, то длину L мы можем рассматривать как функцию температуры. Обозначая по общепринятому правилу независимую переменную буквой x , а функцию — буквой y , мы можем зависимость между длиной стержня и его температурой выразить такой формулой:

$$y(x) := 0.0012 \cdot x + 100,$$

или в более общем виде, обозначив $k := 0.0012$ и $b := 100$:

$$y(x) := k \cdot x + b$$

Алгебраическое выражение вида $y(x) := k \cdot x + b$, в котором k и b — какие-нибудь постоянные числа, а x — независимая переменная, называется **двучленом первой степени** (относительно x).



II-37 График двучлена $y(x) := k \cdot x + b$ есть прямая линия, параллельная прямой, изображающей функцию $y = kx$, и отсекающая от оси y -ов отрезок, равный b . Для $x = 0$ имеем $y = kx = b$.

Вследствие того что график функции $y(x) := k \cdot x + b$ есть прямая линия, сама эта функция называется **линейной**.

