1.Введение
Переменные, уравнения, графики

I-78 Равенство. Два числа или два алгебраических выражения, соединённые между собой знаком "=", составляют ***равенство***, например:

$5 \cdot 2 = 10$

I-1 Употребление букв. Буквенные обозначения употребляют, если желают выразить, что некоторое свойство (например, равенство) принадлежит не каким-нибудь отдельным числам, а всяким числам. Или же с помощью буквенных обозначений выражают правило, посредством которого можно решить задачи, сходные по условиям, но различающиеся только величиной данных.

Задача: Какое расстояние прошел человек за $t := 2$ часа, если скорость его движения составляла $v := 5$ километров в час? Ответ: $L := v \cdot t = 10$ (км).

А если бы человек шел $t := \frac{1}{2}$ часа, то прошел бы расстояние $L := v \cdot t = 2.5$ (км).

I-2 Выражения и формулы. Всякое равенство или неравенство, выражающее посредством букв и знаков действий какое-нибудь соотношение между числами, называется ***формулой***. Если несколько чисел, обозначенных буквами (и/или цифрами), соединены между собой посредством знаков, указывающих, какие действия и в каком порядке надо произвести над числами, то такое обозначение называется ***алгебраическим выражением***.
Вычислить значение какого-нибудь выражения для данных численных значений букв — значит подставить в него на место букв эти численные значения и произвести все указанные в выражении действия, чтобы получить в результате число — численную величину алгебраического выражения.

K-0 Размерные переменные. В инженерных и физических расчетах числа могут обладать ***размерностью***, которая выражает их физический смысл и показывает их относительную величину в выбранных единицах измерения. Например:

$t := 2\ hr = 120\ min$

$v := 5\ \frac{km}{hr}$

$L := v \cdot t = 10\ km$

Над размерными величинами можно производить расчеты, разумные с физической точки зрения. В частности, нельзя складывать величины разной размерности.

I-79 Тождество. Два алгебраических выражения называются ***тождественными***, если при всяких численных значениях входящих в них букв они имеют одну и ту же численную величину. Например: $a \cdot b = b \cdot a$.

II-24 Постоянные и переменные величины. Те величины, которые сохраняют неизменным своё значение, называются ***постоянными*** (или константами, что часто обозначают "const"). Величины, могущие принимать различные значения, называются ***переменными***.

Например, вспомним решение задачи из п.I-1: $L:=v \cdot t$.
За $t:=1$ hr человек пройдет расстояние $L:=v \cdot t=5$ km
За $t:=2$ hr человек пройдет расстояние $L:=v \cdot t=10$ km
За $t:=3.5$ hr человек пройдет расстояние $L:=v \cdot t=17.5$ km и т.д.
В данную формулу входят три величины: расстояние L, время t, скорость v. Мы видим, что в то время как первые две из этих величин L и t принимают различные числовые значения, третью величину $v=5\ \dfrac{km}{hr}$ мы предполагаем константой (т.е. остающейся неизменной).

Заметим, что считать некоторые величины постоянными можно лишь в относительном смысле, в пределах рассматриваемого вопроса. В приведённом выше примере скорость человека может измениться в ту или другую сторону, если принять во внимание прочие условия (усталость, подъем в гору, бег или т.п.).

I-80 Уравнение. Положим, мы желаем решить такую задачу: отцу 40 лет, сыну 17 лет. Через сколько лет отец будет вдвое старше сына? Обыкновенным (арифметическим) путём задачу решить трудно. Решим её, применив буквенное обозначение. Обозначим искомое число лет буквой *x*. Через *x* лет отцу будет (40+x) лет, а сыну будет (17+x) лет. Условие задачи мы можем записать в виде равенства:
$40+x=2 \cdot (x+17)$.
Такое равенство называют ***уравнением*** относительно переменной *x*.

Отнимем от обеих частей уравнения его правую часть (чтобы справа остался нуль) и получим ***равносильное*** уравнение:
$40+x-2 \cdot (x+17)=0$,
которое решим перебором на разумном интервале $0<x<100$:
$x0:=\mathbf{root}(40+x-2 \cdot (x+17), x, 0, 100)=6$.
Это и есть решение задачи: $x0=6$ (лет).

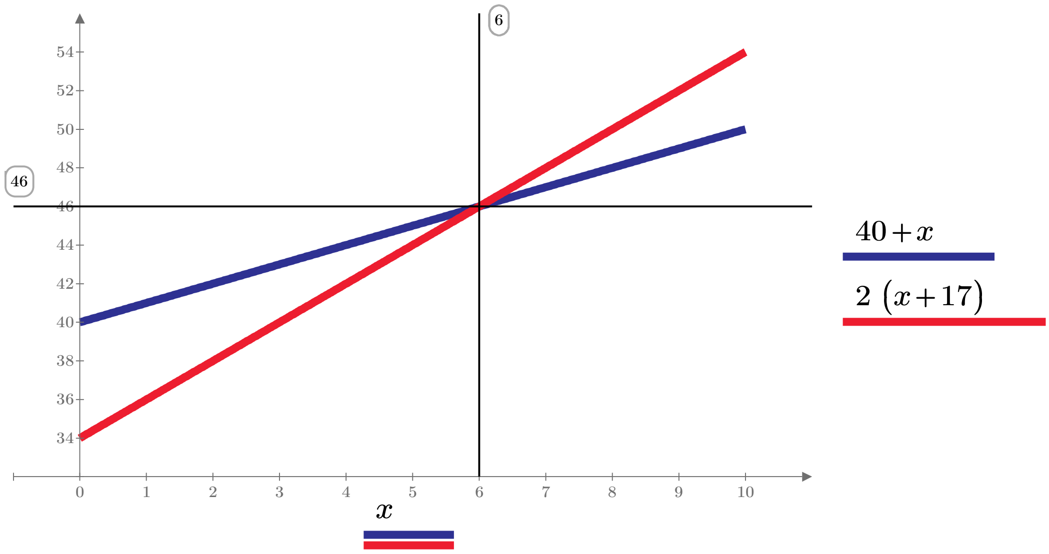
Вообще говоря, если обе части равенства, содержащие одну или несколько букв (переменных), имеют одинаковую численную величину не при всяких численных значениях этих переменных, то данное равенство называется ***уравнением***, а эти переменные называются ***неизвестными*** (числами) уравнения.

Решить уравнение — значит найти те значения входящих в него неизвестных, которые удовлетворяют уравнению, т.е. обращают его в тождество. Эти значения неизвестных называются ***корнями*** уравнения.

Как мы увидим далее, уравнение с одним неизвестным может иметь один корень, два корня и более.

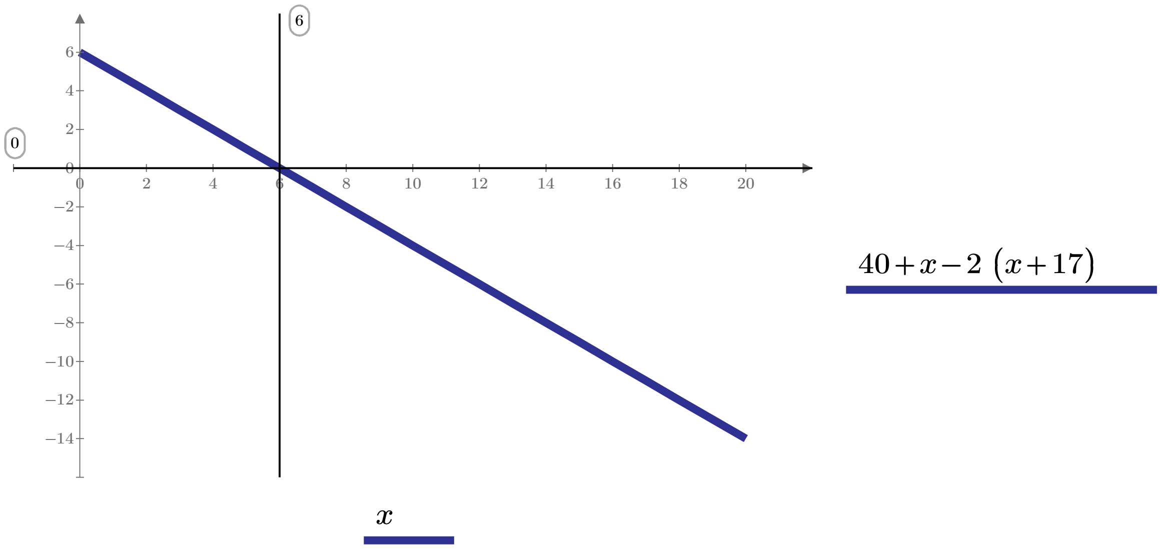
К-1 Графический способ решения уравнения. Для наглядности проиллюстрируем решение уравнения из предыдущего пункта при помощи графика. Отложим на графике две зависимости от переменной *x*, представляющие левую и правую часть исходного уравнения (т.е. возраст отца и удвоенный возраст сына через *x* лет):

$x := 0, 1 .. 20$



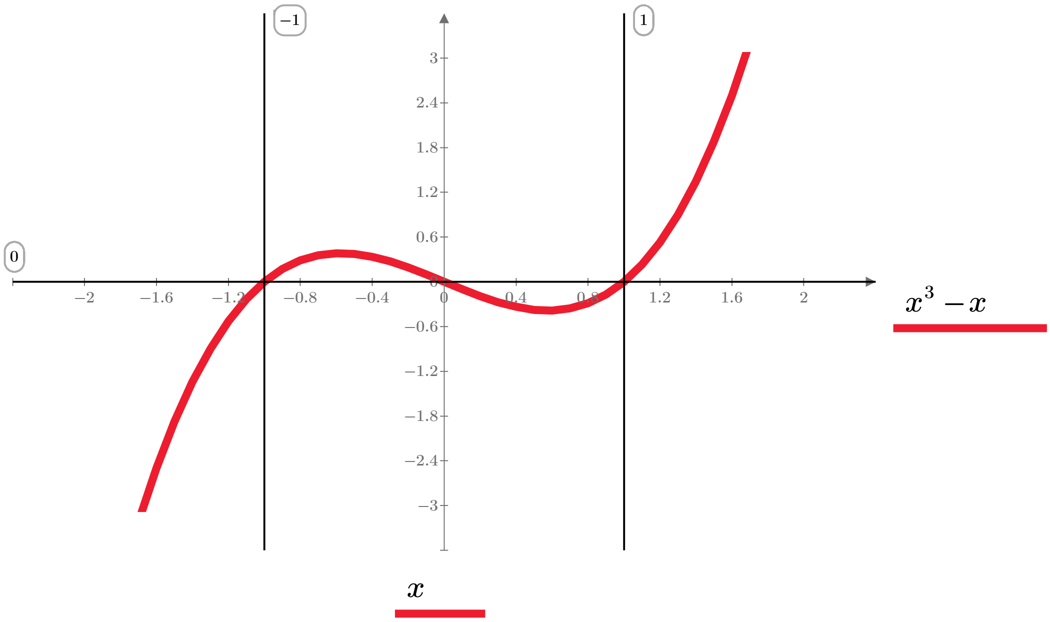
В точке пересечения этих графиков левая и правая часть уравнения будут равны, т.е. значение переменной *x* в точке пересечения и будет корнем уравнения. По графику можно убедиться, что корень единственный.

Аналогично можно решить графически и равносильное уравнение с нулевой правой частью. Его смысл заключается в том, что ***невязка*** (т.е. разность между левой и правой частями исходного уравнения) в корне равна нулю:



К-2 Задача. Существуют ли такие два куба, для которых отношение объемов равно отношению их ребер? Обозначим переменной *x* отношение ребер этих кубов. Тогда условие задачи выразит уравнение $x^3 = x$, или $x^3 - x = 0$:

$x := -2,$



root $(x^3$

root $(x^3$

root $(x^3$

root $(x^3$

Уравнение имеет три корня, но только один из них положительный (нас интересуют только положительные корни, ведь отношение ребер может быть только больше 0). Этот корень равен 1, т.е. двух разных кубов, удовлетворяющих условию задачи, не существует.